Simulare - Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se determine $z \in \mathbb{C}$ dacă $z - \bar{z} + |z| = 7$.

5p **2.** Determinați numărul real pozitiv *m* pentru care dreapta $x = 2$ este axă de simetrie a graficului funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot x^2 - (m^2 - 1) \cdot x + 3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2^2 x^3 - 12 \cdot \log_4 x - 3 = 0$.

5p **4.** Determinați numărul de numere naturale de trei cifre care au exact două cifre egale.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(-1,2), B(2,3)$ și $C(0,-2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin *C* la *AB*.

5p **6.** Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = I_3 + A$, $C = I_3 + a \cdot A$, cu $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $S = A - X \cdot Y$.

5p **b)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $B \cdot C = I_3$.

5p **c)** Să se arate că $A^{n+1} = 14 \cdot A^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.

5p **a)** Arătați că $x * y = (x-4) \cdot (y-4) + 4$, pentru orice numere reale *x* și *y*.

5p **b)** Calculați $1 * 2 * 3 * \cdots * 2026$.

5p **c)** Determinați numerele naturale *a, b* și *c*, știind că $a < b < c$ și $a * b * c = 66$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x + a + 1, & x \le 1 \\ x^2 + a^2 x, & x > 1 \end{cases}$, unde *a* este un număr real.

5p **a)** Determinați numerele reale *a* pentru care funcția *f* este continuă în $x = 1$.

5p **b)** Pentru $a = 2$, calculați $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x) + x} \right)$.

5p **c)** Pentru $a = -1$, arătați că ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$.

2. Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$.

5p **a)** Calculați $\int\left(x^2+1\right)\cdot f\left(x\right)dx$.

5p **b)** Determinați funcția $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitivă a funcției f, pentru care $G\left(1\right)=\ln 2$.

5p **c)** Calculați $\int f'\left(x\right)\cdot e^{f(x)}\,dx$.

Simulare-Examenul national de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Fie $z=x+iy$, atunci avem $x+iy-x+iy+\sqrt{x^2+y^2}=7, x,y\in\mathbb{R}$,	**2p**
	$\sqrt{x^2+y^2}+2yi=7\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=7\\ 2y=0\end{cases}$	**1p**
	$z\in\{-7,7\}$	**2p**
2.	$\frac{m^2-1}{4}=2\Leftrightarrow m^2-9=0$	**3p**
	$m=-3$ nu convine, $m=3$ convine	**2p**
3.	Ecuația devine $9\log_2^2 x-6\log_2 x-3=0$, notăm $\log_2 x=t$	**2p**
	$\Rightarrow 3t^2-2t-1=0; t_1=1, t_2=-\frac{1}{3}$	**1p**
	deci $x_1=2>0, x_2=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}>0\Rightarrow x\in\left\{2;\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right\}$ convine	**2p**
4.	Numerele naturale de trei cifre care au exact două cifre egale sunt de forma $\overline{aab}$, $\overline{aba}$ sau $\overline{baa}$ unde a și b sunt cifre distincte.	**2p**
	Sunt $9\cdot 9=81$ de numere de forma $\overline{aab}$, $9\cdot 9=81$ de numere de forma $\overline{aba}$ și $9\cdot 9=81$ de numere de forma $\overline{baa}$ cu a și b cifre distincte, deci numărul cerut este $81\cdot 3=243$.	**3p**
5.	$m_{AB}=\frac{1}{3}, d\parallel AB\Rightarrow m_d=\frac{1}{3}$, unde d este paralela prin C la AB	**3p**
	$d: y=\frac{1}{3}x-2$	**2p**
6.	Cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}=\frac{3}{5}$	**3p**
	$\sin 2x=2\sin x\cdot\cos x=2\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{24}{25}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$X\cdot Y=\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$	**3p**
	$S=O_3$	**2p**
b)	$B\cdot C=(I_3+A)\cdot(I_3+a\cdot A)=I_3+a\cdot A+A+a\cdot A^2=I_3+(a+1)\cdot A+a\cdot A^2$	**2p**
	$A^2=14\cdot A$	**2p**
	$B\cdot C=I_3+(15\cdot a+1)\cdot A=I_3\Leftrightarrow 15\cdot a+1=0\Leftrightarrow a=-\frac{1}{15}$	**1p**
c)	Inducție matematică: $P(n): A^{n+1}=14\cdot A^n, n\in\mathbb{N}^*$	
	$P(1): A^2=14\cdot A$ este adevărat din b)	**2p**
	Presupunem $P(n)$ adevărată și arătăm că și $P(n+1)$ este adevărată. Pentru n+1, avem $A^{n+2}=A^{n+1}\cdot A=14A^n\cdot A=14\cdot A^{n+1}$.	**3p**

2.a)	$x*y=xy-4x-4y+16+4=$ $=x\cdot(y-4)-4\cdot(y-4)+4=(x-4)\cdot(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
b)	$x*4=4*y=4$, pentru orice numere reale x și y $1*2*3*\cdots*2026=\big((1*2*3)*4\big)*\big(5*\cdots*2026\big)=4*\big(5*\cdots*2026\big)=4$	**2p** **3p**
c)	$(a-4)\cdot(b-4)\cdot(c-4)=62$, unde a, b, și c sunt numere naturale și $a<b<c$ $\begin{cases}a-4=-2\\b-4=-1\\c-4=31\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=3\\c=35\end{cases}$ $\quad\begin{cases}a-4=1\\b-4=2\\c-4=31\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=6\\c=35\end{cases}$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	f este continuă în $x=1\Rightarrow\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=f(1)$ $a+3=1+a^2\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow a_1=-1$ și $a_2=2$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+4x+x}\right)=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5x}}=-\dfrac{1}{2}$	**2p** **3p**
c)	Fie $g:[-1,0]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)+2^x=2\cdot x+2^x$ Cum g este continuă pe $[-1,0]$, $g(-1)=-\dfrac{3}{2}<0$ și $g(0)=1>0$, ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$.	**2p** **3p**
2.a)	$\int\left(x^2+1\right)\cdot\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}dx=\int\left(x^2+2x+1\right)dx=\int x^2\,dx+2\cdot\int x\,dx+\int 1\,dx=$ $=\dfrac{x^3}{3}+x^2+x+C$	**3p** **2p**
b)	$\int\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}dx=\int 1\,dx+\int\dfrac{2x}{x^2+1}dx=x+\ln\left(x^2+1\right)+C$ $G(x)=x+\ln\left(x^2+1\right)+C,\ C\in\mathbb{R}$ $G(1)=1+\ln 2+C=\ln 2\Leftrightarrow C=-1$ $G(x)=x+\ln\left(x^2+1\right)-1$	**2p** **1p** **1p** **1p**
c)	$f(x)=t, f'(x)dx=dt, \int e^t\,dt=e^t+C$ $\Rightarrow\int f'(x)\cdot e^{f(x)}\,dx=e^{f(x)}+C$	**3p** **2p**