Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E.c)
Matematică M_mate-info
Decembrie 2025

Simulare
Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex z astfel încât $z-4i=zi+2$, unde $i^2=-1$. Determinați partea imaginară a numărului z.

5p **2.** Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-4x+m$ **nu** intersectează axa Ox..

5p **3.** Rezovați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2+6x-12\right)=\log_3 x+\log_3 7$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând o submulțime a mulțimii A, având trei elemente, aceasta să fie formată doar din numere pare.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,1)$, $B(1,3)$ și $C(6,4)$. Arătați că vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{CO}$ au aceeași direcție.

5p **6.** Arătați că numărul $a=\sin^2 15^\circ+\sin^2 75^\circ$ este număr natural.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&4\\3&4&m\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+2y+3z=0\\2x+3y+4z=0\\3x+4y+mz=0\end{cases}$, unde m este un număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(m)\right)=5-m$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați soluțiile reale ale sistemului pentru $m=5$.

5p **c)** Demonstrați că $A^n(5)\neq I_3$, pentru orice număr natural nenul n.

2. Pe mulțimea $M=(0,1)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\dfrac{xy}{2xy-x-y+1}$.

5p **a)** Arătați că $\dfrac{1}{3}*\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{11}$.

5p **b)** Arătați că $e=\dfrac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*x*x=\dfrac{1}{9}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x-2x}{e^x-1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2xe^x-3e^x+2}{\left(e^x-1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}-\{0\}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **c)** Demonstrați că funcția *f* are exact două puncte de extrem.

2. Se consideră funcția $f:(-\infty,2)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{2-x}$.

5p **a)** Arătați că funcția $g:(-\infty,2)\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\dfrac{2}{3}(2-x)\sqrt{2-x}$ este o primitivă a funcției *f*.

5p **b)** Determinați primitiva $F:(-\infty,2)\to\mathbb{R}$ a funcției *f* al cărei grafic trece prin punctul de coordonate $\left(1,\dfrac{1}{3}\right)$.

5p **c)** Calculați $\int\dfrac{f\left(-x^2\right)-f\left(x^2\right)}{f\left(x^4-2\right)}dx$, $x\in(0,1)$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E.c)
Matematică M_mate-info
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Decembrie 2025

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=(2+4i):(1-i)$ $z=-1+3i$, $\text{Im}(z)=3$	2p 3p
2.	$\Delta<0$ $m\in(2,+\infty)$	2p 3p
3.	$x^2-x-12=0$ $x^2-x-12=0\Leftrightarrow x\in\{-3,4\}$. $x=4$ este singura soluție a ecuației considerate	3p 2p
4.	Mulțimea A are 4 submulțimi cu trei elemente care sunt formate doar din numere pare Mulțimea A are 35 de submulțimi cu trei elemente. Probabilitatea cerută este $\frac{4}{35}$	2p 3p
5.	$\overrightarrow{AB}=3\vec{i}+2\vec{j}$ și $\overrightarrow{CO}=-6\vec{i}-4\vec{j}$ $\overrightarrow{CO}=-2\overrightarrow{AB}$, deci vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{CO}$ au aceeași direcție	3p 2p
6.	$a=\sin^2 15^\circ+\cos^2(90^\circ-75^\circ)$ $a=\sin^2 15^\circ+\cos^2 15^\circ=1\in\mathbb{N}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(m))=(3m+24+24)-(27+16+4m)$ $\det(A(m))=(3m+48)-(43+4m)=5-m$	3p 2p
b)	Pentru $m=5$ sistemul este compatibil nedeterminat. Dacă $z=\alpha$, $\alpha\in\mathbb{R}$, atunci x și y sunt soluțiile sistemului: $x+2y=-3\alpha$, $2x+3y=-4\alpha$ $(x,y,z)\in\{(\alpha,-2\alpha,\alpha)\mid\alpha\in\mathbb{R}\}$	3p 2p
c)	$\det(A^n(5))=(\det(A(5)))^n=0, n\in\mathbb{N}, n\neq 0$, $\det(I_3)=1$ $\det(A^n(5))\neq\det(I_3)$, pentru orice număr natural nenul n, deci $A^n(5)\neq I_3$, pentru orice număr natural nenul n	3p 2p

2.a)	$\frac{1}{3}*\frac{1}{6}=\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}\right):\left(2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+1\right)$ $\frac{1}{3}*\frac{1}{6}=\frac{1}{18}:\frac{11}{18}=\frac{1}{11}$	2p 3p
b)	$\frac{1}{2}\in M$, $x*\frac{1}{2}=x, \forall x\in M$ $\frac{1}{2}*x=x, \forall x\in M$	3p 2p
c)	$x*x*x=\frac{1}{9}\Leftrightarrow\frac{x^3}{3x^2-3x+1}=\frac{1}{9}$ $\frac{x^3}{3x^2-3x+1}=\frac{1}{9}\Leftrightarrow 9x^3-3x^2+3x-1=0\Leftrightarrow(3x-1)(3x^2+1)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\in M$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{\left(e^x-2\right)\left(e^x-1\right)-\left(e^x-2x\right)\cdot e^x}{\left(e^x-1\right)^2}=$	2p
	$=\dfrac{2xe^x-3e^x+2}{\left(e^x-1\right)^2},\ \forall x\in\mathbb{R},\ x\neq 0$	3p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	3p
	Dreapta cu ecuația $y=1$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p
c)	Se consideră funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2xe^x-3e^x+2$. Avem $g'(x)=(2x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$, deci funcția g este strict descrecătoare pe intervalul $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$ și strict crescătoare pe intervalul $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$. Cum g este continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=2>0$, $g(0)=-1<0$, $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=2\left(1-\sqrt{e}\right)<0$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$, rezultă că funcția g se anulează în exact două puncte: $x_1\in(-\infty,0)$ și $x_2\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$. Funcția g are valori negative între x_1 și x_2 și valori pozitive în rest.	3p
	Funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty,x_1)$, strict descrescătoare pe intervalul $(x_1,0)$, strict descrescătoare pe intervalul $(0,x_2)$ și strict crescătoare pe intervalul $(x_2,+\infty)$, deci are exact două puncte de extrem: x_1 (punct de maxim) și x_2 (punct de minim)	2p
2.a)	Funcția g este derivabilă și $g'(x)=-\dfrac{2}{3}\left(\left(2-x\right)^{\frac{3}{2}}\right)'=-\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3}{2}\left(2-x\right)^{\frac{1}{2}}\left(2-x\right)'$	3p
	$g'(x)=\sqrt{2-x}=f(x),\ \forall x\in(-\infty,2)$, așadar funcția g este o primitivă a funcției f	2p
b)	$F(x)=g(x)+c$ și $F(1)=\dfrac{1}{3}$	2p
	$c=1$ și $F(x)=-\dfrac{2}{3}(2-x)\sqrt{2-x}+1$	3p
c)	$\displaystyle\int\dfrac{f\left(-x^2\right)-f\left(x^2\right)}{f\left(x^4-2\right)}dx=\int\dfrac{\sqrt{2+x^2}-\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{4-x^4}}dx=$	2p
	$\displaystyle\int\dfrac{1}{\sqrt{2-x^2}}dx-\int\dfrac{1}{\sqrt{2+x^2}}dx=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{2}}-\ln\left(x+\sqrt{2+x^2}\right)+C$	3p